

# Scénario des polygones réguliers

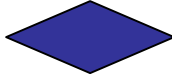
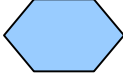

<a href="#">Scénario des polygones réguliers</a> .....	1
<a href="#">Identification</a> .....	2
<a href="#">Présentation du scénario</a> .....	3
1. <a href="#">Travail pour n=4, Quadrilatères</a> .....	4
1.1 <a href="#">"Brainstorming" sur les quadrilatères...</a> .....	4
1.2 <a href="#">Croisés, convexes, concaves...</a> .....	4
1.3 <a href="#">Galerie, herbier</a> .....	5
1.4 <a href="#">Cas particuliers : quadrilatères réguliers</a> .....	6
1.5 <a href="#">Création de la fiche personnelle en SVG</a> : .....	6
2. <a href="#">Même démarche pour n=5 ou n=6. Exemple avec les pentagones</a> .....	7
2.1 <a href="#">Dessinez des pentagones</a> .....	7
2.2 <a href="#">Cinq sommets, douze pentagones</a> .....	7
2.3 <a href="#">Cas particuliers : pentagones réguliers</a> .....	8
3. <a href="#">Kaléidoscopes</a> .....	9
4. <a href="#">Tableau du déroulement</a> .....	11
<a href="#">Prolongements, suggestions</a> .....	15

## Identification

<b>Public</b>	13-14-15 ans
<b>Thème</b>	Polygones, transformations, trigonométrie.
<b>Durée de l'activité</b>	10 heures (scénario sur plusieurs séances)
<b>Objectifs d'apprentissage</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Polygones réguliers</li><li>• Transformations</li><li>• Démonstration</li></ul>
<b>Les outils nécessaires</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Outils de géométrie</li><li>• Outils de production SVG</li><li>• Outils spécifiques (kaléidoscope)</li></ul>
<b>Description</b>	<p>Première phase : travail individuel et collectif sur les quadrilatères.</p> <p>Deuxième phase : travail sur les polygones réguliers (exercices de maths classique et résolution de conjectures)</p> <p>Alimentation de galeries de polygones réguliers et irréguliers. En fonction des âges, plus ou moins de "coloriage".</p> <p>Troisième phase : travaux pratiques autour de kaléidoscopes (avec de vrais miroirs). Puis étude et construction de kaléidoscopes en SVG...°</p>
<b>Mots-clés</b>	Polygones réguliers, constructions de kaléidoscopes SVG.

## Présentation du scénario

Les grandes phases du scénarios sont les suivantes :

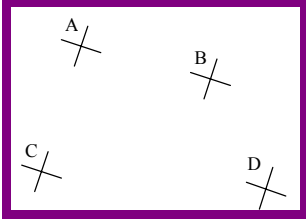
Travail sur les quadrilatères (2h)	
Travail sur les pentagones et hexagones. (3h)	
Kaléidoscopes (5h)	

## 1. Travail pour n=4, Quadrilatères.

### 1.1 "Brainstorming" sur les quadrilatères...

Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Consigne : Dessinez plusieurs quadrilatères différents (non superposables). Soyez imaginatifs !</p> <p>Sélectionner et sauver certains quadrilatères. « Envoyer vos quadrilatères à la classe. »</p>	<p>Ces activités sont conçues avec des applications développées en SVG/PHP/MYSQL/Javascript.</p> <p>« Ardoise SVG » :</p> <p>Un plan quadrillé sans origine. On peut créer les points et les relier. On peut effacer. On peut sauver et nommer certains quadrilatères. Deux espaces pour sauver toutes les réalisations SVG : serveur local et serveur distant.</p>	<p>L'objectif est de réaliser que les quadrilatères ne sont pas tous des quadrilatères réguliers. Tout le monde pense d'abord à des formes canoniques, convexes.</p>

### 1.2 Croisés, convexes, concaves...

Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Dessinez tous les quadrilatères non superposables passant par les sommets A, B, C et D :</p> 	<p>Utiliser une petite application SVG/javascript qui permet de cliquer sur les points et relier les sommets. Elle permet également de garder en mémoire les quadrilatères formés avec leur nom. Peut se faire en groupe. Petit bilan en plénière avec l'enseignant.</p>	<p>Il y a trois possibilités. Si les élèves n'y avaient pas pensé avant, ils retrouvent la notion de quadrilatères croisés.</p>

### 1.3 Galerie, herbier

Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Classement collaboratif en plénière :</p> <p>Comment classer les quadrilatères créés ?</p> <p>Quels critères retenir ?</p> <p>Quelle représentation serait juste ?</p> <p>Pour les plus jeunes :</p> <p>Mise en ligne par chaque élève d'un quadrilatère ("son préféré" ).</p> <p>"Coloriage SVG"</p> <p>Puis sur le portail de la communauté globale : aller dans la galerie des quadrilatères et "poser" son quadrilatère.</p> <p>Chaque quadrilatère peut avoir un lien vers la page personnelle de l' auteur.</p>	<p>Outil idéal pour le classement collaboratif :</p> <p>Avec bases de données et php.</p> <p>Et rétro-projecteur en classe.</p> <p>Affichage de tous les quadrilatères créés. On peut les bouger.</p> <p>Classement en plénière : c'est l'enseignant qui a la souris et qui les bougent (qui les classe selon les discussions).</p>	<p>Vocabulaire de base : concave, convexe, régulier, remarquable, croisé...</p>

### 1.4 Cas particuliers : quadrilatères réguliers.

Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Les élèves doivent répondre aux questions suivantes :</p> <p><i>Que peut-on dire d'un quadrilatère non régulier ayant ses quatre côtés de même longueur ? Dessinez-en un.</i></p> <p>Réponse : "c'est au moins un losange, ça peut être un carré."  // si les élèves pensent tout de suite au carré ou au losange, l'enseignant peut leur demander s'il en existe d'autre. Dans tous les cas, il peut y avoir une phase de tâtonnement en essayant de dessiner un quadrilatère "quelconque" ayant ses quatre côtés égaux.  //ça peut amener une activité débat dans la classe, et des groupes chargés de faire un bilan de ce qui s'est dit pendant ce débat. "une fiche débat" à mettre en ligne.  // Retrouver la démonstration ou le théorème qui dit qu'un quadrilatère ayant ses quatre côtés égaux est un losange.</p> <p><i>Que peut-on dire d'un quadrilatère non régulier ayant ses quatre angles égaux ? Dessinez-en un.</i></p> <p>Réponse : "c'est au moins un rectangle, ça peut être un carré."  //idem question précédente.</p> <p><i>Combien fait la somme des angles d'un quadrilatère ?? le montrer.</i></p> <p>Réponse : Il faut utiliser le fait que la somme des angles d'un triangle fait <math>180^\circ</math>.  4 angles égaux <math>\rightarrow 360^\circ / 4 = 90^\circ</math></p> <p><i>Quels sont les quadrilatères réguliers ?</i></p> <p>Réponse : "seulement le carré."  // prouver qu'il n'y a que le carré.</p>	<p>Papier/crayon  Usage d'un logiciel de géométrie dynamique (cahier brouillon interactif).</p>	<p>Définition d'un quadrilatère régulier : quadrilatère ayant ses quatre côtés de même longueur et ses quatre angles égaux.  Révision des propriétés des quadrilatères réguliers (parallélogramme, carré, rectangle, losange)  Démonstration</p>

### 1.5 Création de la fiche personnelle en SVG :

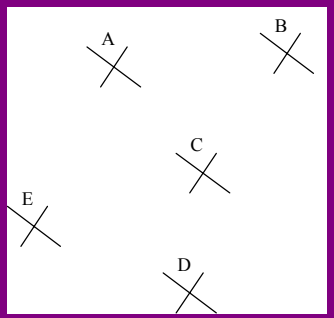
Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Faire une fiche personnelle avec les différents types de quadrilatères, leurs noms. Avec un petit feedback sur l'activité.</p>	<p>Outil : modèle de fiche. Télécharger les exemples....  Ou faire sur le cahier de cours papier.</p>	<p>Métacognition.</p>

## 2. Même démarche pour n=5 ou n=6. Exemple avec les pentagones.

### 2.1 Dessinez des pentagones.

Consignes et Outils	Objectifs d'apprentissages, remarques
Alimenter une galerie de pentagones "originaux".. Dessiner des pentagones et aller en poser un sur le site global.	Prendre conscience qu'il n'existe pas que les pentagones réguliers. Prendre conscience des propriétés spécifiques d'un pentagone.

### 2.2 Cinq sommets, douze pentagones.

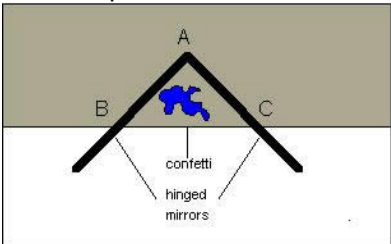
Consignes et Outils	Objectifs d'apprentissages, remarques
Dessinez tous les pentagones ayant pour sommets les points suivants :  Il y a douze distincts dont un seul qui n'est pas croisé. Les élèves peuvent essayer de tous les dessiner. (il suffit de relier les points).	La définition d'un polygone à cinq côtés est très générale ! Par cinq points passent beaucoup de pentagones ! (12)  Développement : Peut amener à essayer de démontrer qu'il y a douze distincts. $5! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1 = 120$ $120/10 = 12$ en classe avec l'enseignant.

### 2.3 Cas particuliers : pentagones réguliers

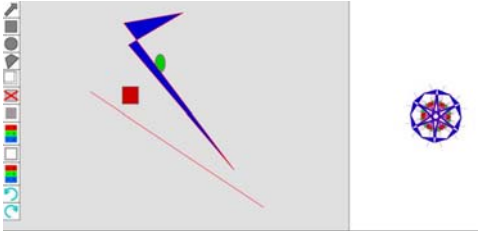
Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Mise en situation :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Dessiner un <b>triangle équilatéral</b> dont on connaît un côté.</li> <li>- Dessiner un <b>carré</b> dont on connaît un côté.</li> <li>- Dessiner un carré avec SVG : en utilisant l'élément rotate.</li> </ul> <p>Dessiner un <b>pentagone régulier</b> dont on connaît un côté...C'est plus compliqué! (Certains élèves peuvent travailler sur les pentagones et d'autres sur les hexagones.)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ABCD est un pentagone régulier de centre O. calculer la mesure de l'angle ABC. Puis calculer la mesure de l'angle OAB. (Phase papier)</li> <li>- Dessiner le pentagone à partir de son centre et d'un sommet.</li> <li>- Dessinez le pentagone à partir de deux sommets.</li> <li>- Dessinez un hexagone dont on connaît deux sommets.</li> </ul> <p>Tout ceci avec la rotation ! Raconter la construction dans une fiche "construction des polygones réguliers". A valider ensuite par l'enseignant.</p> <p>Pour ceux qui vont plus vite : Dessinez des polygones réguliers en utilisant aussi la symétrie axiale. Construire un pentagone non régulier ayant ses côtés de même longueur. Construire un pentagone non régulier ayant ses angles de même mesure. au centre.</p>	<p>Logiciel de géométrie dynamique (ou outil équivalent en SVG/Javascript comme SVG-geom du site Pilat)</p> <p>Pour dessiner le carré SVG avec Rotate, il suffit d'avoir des modèles de fichier svg que les élèves éditent.</p>	<p>Les premiers exercices avec le triangle et le carré dont la création d'un carré en SVG doivent permettre de poser le dessin du pentagone en « défi ».</p> <p>Etude des configurations du pentagone régulier. Angle au centre, angle des sommets. Lien entre le nombre de côtés et la valeur des angles.</p> <p>Manipulation de la rotation.</p> <p>Editer un fichier SVG et utiliser l'élément rotate.</p>

### 3. Kaléidoscopes

#### 3.1 Travaux pratiques !

Consignes et Outils	Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>Inspiré d'un scénario proposé sur le site « NCTM Illuminations » : <a href="http://illuminations.nctm.org/lessonplans/9-12/reflect/index.html">http://illuminations.nctm.org/lessonplans/9-12/reflect/index.html</a></p> <p>Avec deux miroirs et une feuille de papier coloré : placer les miroirs « en angle », et les faire traverser la ligne qui sépare la feuille colorée de la feuille blanche (voir dessin). Placer un « confetti » et observer les dessins qui se forment en faisant varier l'angle entre les deux miroirs.</p>  <p>Mesurer l'angle au centre et discuter de la relation entre l'angle au centre et le nombre de réflexions du confetti.</p>	<p>Illustrer la phrase : « les maths sont partout ! »</p> <p>Retrouver les thèmes de l'optique et de la réflexion.</p> <p>Cette activité permet d'introduire la séquence suivante.</p>

### 3.2 Kaléidoscope SVG

Consignes et Outils		Objectifs d'apprentissages, remarques
<p>1. Les élèves peuvent dessiner et bouger les éléments de dessin pour voir comment « se comporte » le kaléidoscope et pour trouver des idées de design.</p> <p>2. Etude du code avec l'aide de l'enseignant-e : le kaléidoscope est construit sur le modèle de l'hexagone. Avec le même principe vu précédemment pour le dessin du carré. Il faut identifier l'usage d'une propriété de l'hexagone : mesure de ses angles = <math>60^\circ</math>.</p> <p>3. Les élèves peuvent modifier le kaléidoscope et le construire sur le modèle du pentagone, de l'octogone...etc...[ça sera assez délicat pour éditer le code...(difficile à gérer pour l'enseignant si tous les élèves font des erreurs de « frappe », pour trouver les bugs). Il faut peut-être concevoir un outil.]</p> <p>4. Prolongement d'activité de design : faire une animation. Décider de l'aspect du dessin du kaléidoscope aux temps t1, t2 et t3. Et faire apparaître un commentaire à ces trois temps :</p> <p>T1 : voici un hexagone rouge ! T2 : voici un hexagone bleu étoilé ! T3 : voici une étoile à 12 côtés !</p>	<p>Kaléidoscope : <a href="http://tecf.unige.ch/staf/staf-g/sierra/stafmemoire/svg_fini/kalei.svg">http://tecf.unige.ch/staf/staf-g/sierra/stafmemoire/svg_fini/kalei.svg</a></p> <p>Usage d'un logiciel comme WebDraw qui permet le wisiwig et montre également le code et la structure.</p> 	<p>Cette activité est possible si les élèves ont travaillé sur le code SVG avec le prof d'informatique et si ils savent éditer un fichier, le sauver etc.</p> <p>Elle doit permettre de réinvestir et asseoir les connaissances des élèves sur les propriétés des polygones réguliers.</p>

## 4. Tableau du déroulement

### Travail sur les quadrilatères.

Temps	Phase (Libellé)	Mode d'organisation de la classe	Production attendue	Ressources et outils	Description activité de l'élève (rôle de l'élève)	Description activité de l'enseignant (rôle de l'enseignant)
1h	Introduction					
20 m	Brainstorming	Individuel	Obtenir une "collection de quadrilatères".	Outil SVG (fiche interactive)	Dessin des quadrilatères et résolution de l'exercice n°1. Sauvegarde des quadrilatères créés dans son espace.	(Guide)
20 m	Différents types de quadrilatères...	En plénière	Classement des quadrilatères produits.  "Institutionnaliser les noms des différentes catégories".	Rétroprojecteur. Application SVG/php/Mysql. Tableau, feutre.	Participer au débat de la classe : proposer des façons de classer les quadrilatères, proposer des noms de catégories.	Orchestreur : il classe les quadrilatères en fonction des propositions des élèves. Il marque les propositions de noms de catégories. Expert : il valide et il "institutionnalise"
20 m	"Coloriage"	Individuel	Collection des quadrilatères de la communauté globale "augmentée".	Portail communauté globale. Internet.  Outils de production SVG.	Ils choisissent un de leurs quadrilatères. Ils "l'embellissent", ils lui rajoute un lien vers leur page personnelle. Ils le rangent dans la galerie des quadrilatères de la communauté globale.	(guide). Personne-ressource pour la "technique".

1h	Les quadrilatères réguliers.					
20 min	Conjectures <sup>1</sup> ...	En groupes de 3/4.	Résolution de problèmes.	Outil de "brouillon". Fiche	Résolution du problème : essayer, "tatonner" avec l'outil (même principe que logiciel de géométrie dynamique, mais moins d'options).	Guide
20min	...Solutions <sup>2</sup>	Plénière	"institutionnalisation"	Soit système papier/crayon/feutre/tableau. Soit fiches interactives et principe argue-graph.	Participer au débat de la classe et à la mise en commun : argumenter, se positionner, prouver.	Orchestreur et expert.
20min + perso	Création d'une fiche.	Individuel	Fiche dans portfolio.	Outil pour faire fiche. Possibilité de choisir des quadrilatères dans communauté globale ou locale.	Faire fiche personnelle avec les différents types de quadrilatères. Leurs noms. Puis petit feedback sur l'activité.	Regarder les fiches et "corriger". Commentaire.

<sup>1</sup> Activité qui peut être "étirée" et exploitée pour faire faire des démonstrations. Réviser les théorèmes sur les parallélogrammes, losanges, rectangles...etc

<sup>2</sup> Idem

## Travail pour n=3, n=5 ou n=6.

(Exemple avec n=5. Les pentagones.)

Temps	Phase (Libellé)	Mode d'organisation de la classe	Production attendue	Ressources et outils	Description activité de l'élève (rôle de l'élève)	Description activité de l'enseignant (rôle de l'enseignant)
30 min	Introduction					
10min	Brainstorming	Individuel.	Alimenter une galerie de pentagones "originaux"...	Outil SVG	Imaginer différentes formes de pentagones.	Discours à la fin : définition d'un polygone. Définition d'un polygone réguliers.
20min	5 sommets/ 12 pentagones		Résolution de l'exercice : combien de pentagones différents ?	Outil SVG spécifique	Tâtonner, proposer un "chiffre".	Prolongement en probabilités...(5!/10)
2h	Pentagones					
15 min	Révision	Groupes de 2	Dessiner un triangle équilatéral et un carré : - dont on connaît un côté. - dont on connaît le centre et un sommet. Avec la rotation.	Logiciel de géométrie dynamique. Ressources : livre ou internet.	Essais, formulation de la stratégie à suivre.	Vérifier que tout le monde sait faire.
5 min	Mise en commun	Plénière	-----	-----	Ecouter et noter	Il fait un bilan, donne la solution et annonce le problème suivant.
1h	Construction suite.	Groupes de 2	Les deux constructions.	Logiciel de géométrie dynamique. Ressources : livre ou internet.	Identifier les éléments nécessaires pour résoudre le problème (angle au centre et angle au sommet) Chercher les informations. Faire la construction	Guide.

	Questions subsidiaires...(pour les plus rapides)		Construire un pentagone non régulier ayant ses côtés de même longueur. Construire un pentagone non régulier ayant ses angles de même mesure. Dessinez des polygones réguliers en utilisant aussi la symétrie axiale.			
20min	Suite...	Plénière	Hexagones, octogones....etc.			
30 min + perso	Carnet de bord	Individuel	Raconter la construction dans une fiche "construction des polygones réguliers". A valider ensuite par l'enseignant.			Validation. Feedback personnel.

## Kaléidoscopes

Temps	Phase (Libellé)	Mode d'organisation de la classe	Production attendue	Ressources et outils	Description activité de l'élève (rôle de l'élève)	Description activité de l'enseignant (rôle de l'enseignant)
5h	Kaléidoscopes					
1h30	Expérience concrète.	Elèves en autonomie, travail de groupe ;	Observations argumentées.	Deux miroirs. Instruments de mesure d'angle.	Recherche, mesures, observations	Orchestreur.
3h30	Étude de code et constructions	Elèves en autonomie, travail de groupe et individuel.	Kaléidoscopes	Logiciels édition SVG. Petit outil SVG	Étude de code, Constructions de kaléidoscopes	Guide

## Prolongements, suggestions

- En français : créer des poésies kaléidoscopées ☺
- Débat sur le « beau » et la notion de symétrie : en faisant « simplement » l'image par rotations successives d'angle  $60^\circ$  de motifs de départ, on obtient des figures esthétiques et relativement impressionnantes. On les retrouve dans « la nature » avec les vrais kaléidoscopes.
- Expliquer « physiquement » le fonctionnement du kaléidoscope : propriétés d'optiques.

Sites à consulter :